

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Субботин А.И. Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона–Якоби. М.: Наука, 1991.
3. Crandall M.G., Lions P.L. Viscosity solutions of Hamilton–Jacobi equations // Trans. Amer. Math. Soc. 1983. V. 277, № 1. P. 1–42.
4. Subbotin A.I. Generalized Solutions of First Order PDEs: The Dynamical Optimization Perspective. Boston: Birkhauser, 1995.
5. Субботин А.И., Шагалова Л.Г. Кусочно-линейное решение задачи Коши для уравнения Гамильтона–Якоби // Доклады РАН. 1992. Т. 325, № 5. С. 932–936.

Шагалова Любовь Геннадьевна
Институт математики и механики УрО РАН
Россия, Екатеринбург
e-mail: shag@imm.uran.ru

Поступила в редакцию 30 апреля 2007 г.

ЭФФЕКТЫ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В МОДЕЛИРОВАНИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВИЧ/СПИД ¹

© А. Shindiapin, Е. С. Жуковский

Вертикальной (или перинатальной) передачей ВИЧ-инфекции называют заражение младенца от инфицированной матери во время беременности (через плаценту), при родах (через контакт с кровью матери) или при грудном вскармливании (через материнское молоко). Из перечисленного наиболее вероятным является заражение во время родов. Без специального лечения среднестатистический риск рождения ребенка с ВИЧ-инфекцией составляет 15-25% в Европе и США и 30-40% в Африке. Одним из главных достижений профилактики ВИЧ-инфекции за последние несколько лет были разработки профилактических курсов лечения противовирусными препаратами (АЗТ (ретровир), невирапин (вира-мун)), позволяющими снизить этот риск более чем на половину. Высокий риск вертикальной передачи заставляет учитывать этот фактор при моделировании динамики распространения ВИЧ/СПИД. Воздействие вертикальной передачи ВИЧ особенно значимо в Африке [1], чему способствуют бедность, малая грамотность, низкий уровень медицины. Модели динамики эпидемии ВИЧ/СПИД, учитывающие вертикальную передачу, рассмотрены в работах [2–4]. Исследователи отмечают существенное увеличение вероятности достижения

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-01-00305) и темплана № 1.6.07.

The work is partially supported by SIDA/SAREC – The Department for Research Cooperation at the Swedish International Development Cooperation Agency.

инфицированными детьми возраста совершеннолетия и половой активности, благодаря применению противоретровирусных препаратов. В [2] обсуждается, какое влияние окажет этот процесс на распространение ВИЧ/СПИД в долгосрочной перспективе. Рассматриваемые в литературе модели, учитывающие вертикальную передачу ВИЧ, представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Авторы пытаются найти оптимальное сочетание адекватности применяемой модели реальным процессам и простоты используемого математического аппарата. Повышения точности математического описания динамики распространения ВИЧ/СПИД можно добиться применением дифференциальных уравнений с запаздыванием. Дело в том, что при вычислении скорости изменения численности взрослых ВИЧ-отрицательных и ВИЧ-положительных людей надо учитывать подростков, достигающих в данный момент времени t совершеннолетия. Численность таких подростков определяется количеством рожденных здоровых и инфицированных младенцев в момент $t - \tau$ (для многих стран можно принять τ равным 15 годам). А это количество зависит в свою очередь от количества ВИЧ-отрицательных и ВИЧ-положительных родителей в момент $t - \tau$. Отметим, что уравнения с запаздыванием подробно изучены и часто применяются для описания многих биологических процессов.

Приведем основные предположения, позволяющие формализовать динамику распространения ВИЧ/СПИД. Мы используем ряд параметров [2], описывающих механизм заражения. Пусть рассматривается достаточно замкнутая популяция людей, взрослое население (возраста не ниже τ) которой в момент времени t составляет: S ВИЧ-отрицательных, I ВИЧ-положительных больных СПИД на ранних стадиях (на стадии инкубации, первичных проявлений, и на латентной стадии) и получающих антивирусную терапию, U ВИЧ-положительных больных СПИД на ранних стадиях не получающих антивирусную терапию, $N = S + I + U$, A больных СПИД на поздних стадиях (на стадии вторичных заболеваний и на терминальной стадии). Обозначим b_0 — коэффициент рождаемости (количество рождающихся в единицу времени младенцев на одного взрослого человека); μ_0 — коэффициент смертности в младенческом и подростковом (менее τ лет) возрасте (доля умерших в единицу времени детей); $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — доля ВИЧ-положительных среди новорожденных от ВИЧ-положительных не получавших и получавших антивирусное лечение родителей; p_0 — доля больных СПИД на ранних стадиях подростков возраста τ среди всех подростков того же возраста, инфицированных при рождении; η_0 — доля получающих лечение среди ВИЧ-положительных детей; μ — коэффициент смертности во взрослом возрасте от причин, не связанных с заболеванием ВИЧ/СПИД; δ — коэффициент смертности больных СПИД (количество умерших больных в единицу времени, отнесенное к общему количеству больных СПИД на поздних стадиях); c_1, c_2 — количество половых партнеров в единицу времени одного среднестатистического представителя популяции U, I соответственно; β_1, β_2 — вероятность заражения ВИЧ при одном половом акте с не получающим и, соответственно, получающим антивирусную терапию ВИЧ-положительным партнером; σ — доля людей в популяции U , обратившихся в течение единицы времени за антивирусным лечением; ν_1, ν_2 — статистические вероятности перехода СПИД в поздние стадии за единицу времени для популяций U, I соответственно. Все перечисленные характеристики считаем постоянными. Кроме того, в модели предполагается, что больные СПИД на поздних стадиях не являются источником распространения ВИЧ половым путем. Далее, мы принимаем, что инфицированные при рождения дети, не получающие антивирусные препараты, умирают не достигнув совершеннолетия (согласно [5], в Кении 89% детей, инфицированных ВИЧ-1, умирают в течение первых трех лет жизни).

В сделанных предположениях динамика распространения ВИЧ/СПИД описывается следующей системой дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом:

$$\begin{cases} S' = b_0 e^{-\mu_0 \tau} (S(t-\tau) + (1-\varepsilon_1)U(t-\tau) + (1-\varepsilon_2)I(t-\tau)) - \mu S - c_1 \beta_1 \frac{U}{N} S - c_2 \beta_2 \frac{I}{N} S, \\ U' = c_1 \beta_1 \frac{U}{N} S + c_2 \beta_2 \frac{I}{N} S - (\mu + \sigma + \nu_1)U, \\ I' = b_0 \eta_0 p_0 e^{-\mu_0 \tau} (\varepsilon_1 U(t-\tau) + \varepsilon_2 I(t-\tau)) + \sigma U - (\mu + \nu_2)I, \\ A' = b_0 \eta_0 (1-p_0) e^{-\mu_0 \tau} (\varepsilon_1 U(t-\tau) + \varepsilon_2 I(t-\tau)) + \nu_1 U + \nu_2 I - \delta A. \end{cases}$$

В работе доказана положительная разрешимость полученной системы, исследуется устойчивость решений, предлагаются численные методы построения решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Program for appropriate technology in health, Preventing HIV/AIDS in low-resource settings // OutLook. 2001. V. 19, № 1.
2. *Kgosimore M., Lungu E.M.* The effects of vertical transmission on the spread of HIV/AIDS in the presence of treatment.
3. *Kgosimore M., Lungu E.M.* The effects of vaccination and treatment on the spread of HIV/AIDS // J. of Biological Systems / World Scientific Publishing Company. 2004. 19 p.
4. *Busenburg S., Cooke K., and Thieme H.* Demographic change and persistence of HIV/AIDS in a heterogeneous population // SIAM J. of App. Math. 1991. V. 51, № 4. P. 1030–1052.
5. *Chakraborty R., Morel A., Sutton J.K., Appay V., Ripley R.M., Dong T., Rostron T., Ogola S., Palakudy T., Musoke R., D'Agostino A., Ritter M., and Rowland-Jones S.* Correlates of delayed disease progression in HIV-1-infected Kenyan children // J. of Immunol. 2005. V. 174. P. 8191–8199.

Shindiapin Andrei
Eduardo Mondlane University
Mozambique, Maputo
e-mail: andrei.olga@tvcabo.co.mz

Жуковский Евгений Семенович
Тамбовский государственный ун-т
Россия, Тамбов
e-mail: zukovskys@mail.ru

Поступила в редакцию 23 апреля 2007 г.

К ВОПРОСУ О КОНТРОЛЕ И ОЦЕНИВАНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КОНТЕКСТЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ В ВУЗЕ

© А. В. Щербакова

Контроль и оценка знаний — важнейшие составляющие процесса обучения. В условиях лекционно-семинарской системы, доминирующей при изучении математики в вузе, основные формы контроля представлены в виде семестровых экзаменов и зачетов. Такому контролю знаний присущ ряд недостатков, к самым существенным среди прочих можно отнести слабо выраженное стремление к постоянному приобретению и синтезу новых знаний